# 1. Multiples et diviseurs

**Définition 1.**
Soit $a$ et $b$ deux nombres entiers. S'il existe un nombre entier $k$ tel que $a = b \times k$, on dit que :
• $b$ divise $a$ ou que $b$ est un diviseur de $a$ ;
• ou que $a$ est un multiple de $b$ ou que $a$ est divisible par $b$.

**Remarque 1.** Si $a = bk$ alors le reste de la division euclidienne de $a$ par $b$ est nul, c'est-à-dire que $\dfrac{a}{b}$ est un nombre entier.

**Exemple 1.** ✎ Compléter par V (vrai) ou F (faux) :

| | | | |
|---|---|---|---|
| • 3 divise 72 | ... | • 63 est multiple de 7 | ... |
| • 5 divise 1 234 560 | ... | • 703 un multiple de 7 | ... |

Lister les diviseurs de 24 : ....................................................................................

**Propriété 1.**

**Critères de divisibilité.** Un entier naturel est divisible par ...
- ⋆ 2 si et seulement si son chiffre des unités est divisible par 2.
- ⋆ 3 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- ⋆ 4 si et seulement si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.
- ⋆ 5 si et seulement si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- ⋆ 6 si et seulement s'il est divisible par 2 et par 3.
- ⋆ 9 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- ⋆ $10^n$ si et seulement s'il se termine par $n$ chiffres 0. (où $n \in \mathbb{N}$)

**Exemple 2.** ✎ Soit $c$ un chiffre entre 0 et 9. Le nombre $12\,345\,67c$ est divisible par

• 2 si et seulement si .............................. • 3 si et seulement si ..............................
• 4 si et seulement si .............................. • 5 si et seulement si ..............................
• 6 si et seulement si .............................. • 9 si et seulement si ..............................

Un nombre divisible par 2 et 4 est-il toujours divisible par 8 ? ..........................................
..........................................................................................................

**Propriété 2.**

La somme de deux multiples d'un même entier relatif $a$ est aussi un multiple de $a$.

♣ **Démonstration 1.**

## 2. Nombres pairs et impairs

**Propriété 3.**

Soit $n$ un nombre entier.
- $n$ est **pair** si et seulement s'il existe un entier $p$ tel que $n = 2p$.
- $n$ est **impair** si et seulement s'il existe un entier $p$ tel que $n = 2p + 1$.

**Propriété 4.**

Si $n$ est impair alors $n^2$ est impair.

♣ **Démonstration 2.**

## 3. Nombres premiers

**Définition 2.**
Un entier naturel $p \geqslant 2$ est un **nombre premier** lorsque ses seuls diviseurs sont 1 et $p$.

**Remarque 2.** 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur, lui-même.

**Exemple 3.** Citer 6 nombres premiers : ..........................................................

**Propriété 5.**

**Test de primalité**
Soit $n$ un entier supérieur ou égal à 2. Si $n$ n'admet pour diviseur aucun des nombres premiers inférieurs ou égaux à $\sqrt{n}$, alors $n$ est un nombre premier.

**Propriété 6.**

Tout nombre entier peut se décomposer de manière unique sous la forme d'un produit de nombres premiers.

**Exemple 4.** Écrire 72 comme un produit de nombres premiers : ......................................