

1. POURCENTAGE ET PROPORTION

1.1. CALCULER UN POURCENTAGE

Propriété 1.

Soit t un nombre positif. Prendre $t\%$ d'une quantité c'est la multiplier par $\frac{t}{100}$.

Remarque 1. On peut appliquer un pourcentage plus grand que 100% à une quantité. Par exemple, prendre 200% d'une quantité c'est prendre le double de cette quantité.

Exemple 1. Calculer 6% de 130€.

1.2. EXPRIMER UNE PROPORTION

Définition 1. Une population E est un ensemble d'éléments appelés individus.

Une sous-population A est un sous-ensemble de la population ($A \subset E$).

La **proportion** d'une sous-population dans une population est le rapport :

$$p = \frac{n_A \text{ (nombre d'individus de la sous-population A)}}{n_E \text{ (nombre d'individus de la population E)}}$$

Remarque 2. Une proportion est un nombre compris entre 0 et 1 que l'on peut exprimer dans différentes écritures, fractionnaires, décimales, ou en pourcentage.

Exemple 2. Dans une classe de 35 élèves, il y a 7 germanistes.

Donner la proportion p de germaniste dans la classe. On précisera le pourcentage correspondant.

1.3. POURCENTAGE DE POURCENTAGE

Propriété 2.

Soit E une population et A une sous-population de E de proportion p_A . Soit B une sous-population de A de proportion p_B par rapport à A.

La proportion de B par rapport à E est $p_A \times p_B$.

Exemple 3. 35% des élèves d'un lycée sont inscrits à l'association sportive et 20% d'entre eux font du tennis. Calculer le pourcentage d'élèves du lycée faisant du badminton à l'association sportive.

Remarque 3. On a calculé l'effectif correspondant à 20% des 35% de l'effectif total. C'est la raison pour laquelle on parle de « pourcentage de pourcentage ».

2. POURCENTAGE D'ÉVOLUTION. TAUX D'ÉVOLUTION

2.1. COEFFICIENT MULTIPLICATEUR

Propriété 3.

- Pour augmenter une valeur de $a\%$, on la multiplie par $1 + \frac{a}{100}$, appelé **coefficient multiplicateur** (CM).
- Pour diminuer une valeur de $a\%$, on la multiplie par $1 - \frac{a}{100}$, appelé **coefficient multiplicateur** (CM).
- Le **coefficient multiplicateur**, associé à une évolution, est $CM = \frac{\text{valeur finale}}{\text{valeur initiale}}$.

Exemple 4. Le prix d'un article est de 145€. Il augmente de 8%. Calculer le nouveau prix de cet article.

Exemple 5. Le prix d'un article est de 370€. Il baisse de 14%. Calculer le nouveau prix de cet article.

2.2. VARIATIONS ABSOLUE ET RELATIVE

Définition 2. Lorsqu'une quantité évolue d'une valeur initiale à une valeur finale :

- La **variation absolue** de cette quantité est : valeur finale - valeur initiale.
- Le **taux d'évolution** ou **variation relative** à la valeur initiale, noté t , de cette quantité est le rapport :
$$t = \frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$$

Remarque 4. Suivant le signe de la variation absolue, le taux d'évolution est positif en cas d'augmentation et négatif en cas de diminution

Exemple 6. Le prix d'un téléphone portable passe de 845€ à 633,75€. Calculer la variation absolue du prix du téléphone portable, puis le taux d'évolution.

Exemple 7. La population d'une ville passe de 36 000 à 43 920 habitants. Calculer la variation absolue de cette population, puis le taux d'évolution.

3. ÉVOLUTIONS EN POURCENTAGE

3.1. ÉVOLUTIONS SUCCESSIVES

Propriété 4.

- Quand une quantité subit deux évolutions successives, le **coefficient multiplicateur global** est le produit des coefficients multiplicateurs associés à chaque évolution : $CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2$.
- Le **taux d'évolution global** est le taux d'évolution noté t_{global} , pour passer de la valeur initiale à la valeur finale tel que $CM_{\text{global}} = 1 + t_{\text{global}}$.

Exemple 8. Le prix d'un article est de 550€. Il subit une réduction de 15% suivie d'une hausse de 40%. Calculer le coefficient multiplicateur global, puis le taux d'évolution global correspondant.

Remarque 5. On n'a pas besoin du prix initial pour calculer le taux d'évolution global.

3.2. ÉVOLUTION RÉCIPROQUE

Propriété 5.

Une quantité évolue d'un taux t .

Le **taux d'évolution réciproque** est le taux de l'évolution qui permet de passer de la valeur finale à la valeur initiale.

Le coefficient multiplicateur réciproque est $CM_r = \frac{1}{CM}$.

Le taux d'évolution réciproque, noté t_r , est tel que $CM_r = 1 + t_r$ donc $t_r = CM_r - 1$.

Exemple 9. Le prix d'un article augmente de 15%. Calculer le coefficient multiplicateur réciproque permettant de revenir au prix de départ (arrondir à 0,01 près), puis le taux d'évolution réciproque.